CU PRIVIRE LA LOGICA PROPOZIȚIILOR INDEXATE RELATIV LA TIMP

Propozițiile indexate relativ la timp ridică mari probleme. Să presupunem că avem un limbaj $\Im$ în care astfel de propoziții sunt permise. Astfel, în $\Im$ nu numai:

(***n***) Paul scrie o scrisoare

dar şi

(ψ) La momentul *t* Paul scrie o scrisoare

sunt propoziții. Propoziția ψ se obține prin indexarea lui ***n*** relativ la *t*. Pentru claritatea exprimării, voi scrie *t****n*** pentru ψ. Acum trebuie să deosebim între *t****n*** şi enunțul ce spune că ***n*** este adevărată la momentul *t*, adică *t* Ö ***n***. Prima este un compus sintactic, în timp ce a doua este o cerință semantică: *t****n*** spune că ***n*** se întâmplă la momentul *t*, adică evenimentul că Paul scrie o scrisoare are loc la momentul *t*, în timp ce *t* Ö ***n*** spune că ***n*** este adevărată la momentul *t*, adică propoziția "Paul scrie o scrisoare" este adevărată la momentul *t*.

Dar care este relația dintre *t****n*** şi *t* Ö ***n*** ? Un principiu deseori invocat este următorul:

(1) Dacă este adevărat la momentul *t* că Paul scrie o scrisoare, atunci propoziția "La momentul *t* Paul scrie o scrisoare" este adevărată la fiecare moment *t'*.

sau, mai formal,

(2) Dacă *t* Ö ***n***, atunci *t'* Ö *t****n***.

Ideea este că, odată ce ***n*** este adevărată la *t*, nu se poate întâmpla la nici un alt moment *t'* ca evenimentul descris de ***n*** sa nu aibă loc la momentul *t*. O propoziție indexată temporal precum *t****n*** nu-şi poate schimba valoarea de adevăr la un alt moment de timp *t'*. De fapt valoarea sa de adevăr este determinată de relația *t* Ö ***n***: propoziția *t****n*** este adevărată la orice moment *t'* dacă aceasta are loc, şi falsă altminteri.

Oricum, odată ce examinăm mai amanunțit acest principiu observăm că el este problematic. Să presupunem că avem într-adevăr *t* Ö ***n***. Ce putem spune atunci despre *t'*Ö*t****n***? De obicei problema se abordează după cum urmează: dacă *t* < *t'*, atunci inferența este validă. Dacă ceva se întâmplă în trecut, atunci la nici un moment ulterior nu poate fi schimbat. Trecutul este fix. Aşadar,dacă la momentul *t* se întâmplă ***n***, atunci *t****n*** trebuie să fie adevărată la orice moment ulterior *t'*. Dar dacă *t* > *t'*, inferența nu este validă. Căci dacă ar fi validă ar conduce la concluzia nedorită că la momentul *t'* nu ar sta niciodată în puterea noastră să determinăm ce se va întâmpla la un moment ulterior *t*. Pentru a vedea acestea, să considerăm urmatoarele două teze[1]:

(3) Unele propoziții despre viitor sunt astfel încât este acum în puterea cuiva să determine dacă aceste propoziții sunt adevărate sau nu.

(4) Nici o propoziție despre trecut nu este astfel încât să fie acum în puterea cuiva să determine dacă ea este adevărată sau nu.

A fi în puterea cuiva să determine dacă o propoziție este adevărată sau nu înseamnă că dacă ea este adevărată, atunci este în puterea cuiva să cauzeze falsitatea acesteia, iar dacă este falsă atunci este în puterea cuiva să cauzeze adevărul ei. Fiecare din tezele (2), (3) şi (4) pare acceptabilă, dar luate împreună duc la contradicţii. Să presupunem că Paul scrie o scrisoare dimineaţa. Dacă (2) este adevărată, atunci propoziţia "Paul va scrie o scrisoare după-amiază" a fost adevărată la orice moment din trecut, spre exemplu dimineaţa. Astfel prin (2) obţinem că dimineaţa era adevărat că Paul vă scrie o scrisoare după-amiază. Dar atunci decurge din (4) că nu era în puterea cuiva, nici chiar a lui Paul, să determine, dimineaţă, dacă Paul va scrie o scrisoare după-amiază. Cum această argumentare poate fi repetată pentru orice altă acţiune şi orice alt moment de timp premergator acestei după-amieze, teza (3): unele propoziţii despre viitor sunt astfel încât este acum în puterea cuiva să determine dacă ele sunt adevărate nu poate fi susţinută împreună cu (2) si (4). Problema este că dacă acceptăm (3), suntem obligaţi să acceptăm un determinism (sau chiar fatalism) logic.

Principala problema cu care se confruntă această abordare pare a fi aceea că logica propoziţiilor temporal indexate lasă obscur cazul când *t***n** trebuie evaluată la un moment premergator *t'*. Căci care sunt motivele pentru care fixăm într-un mod sau altul *t′* Ö *t***n**, când *t* > *t′*?

Din punctul meu de vedere, această problemă, deşi teribilă în ea însăşi, presupune că avem raspunsul la o alta. Într-adevăr, înainte de a încerca să studiem logica lui: dacă *t* Ö **n**, atunci *t'* Ö *t***n**, ar trebui să ne întrebăm despre înţelesul acestei expresii. Când privim pe (2), asumăm că atât în antecedentul cât şi în consecventul acesteia simbolul "*t*" referă la una şi aceeaşi entitate, adică la un anumit moment de timp. Dar ce garanţie avem în acest sens? Cred că o analiză atentă a situaţiei arată că nimic nu ne poate asigura de acest fapt. Când în consecventul lui (2) încercăm să stabilim valoarea de adevăr a lui *t***n** la momentul t', "*t*" este un mecanism sintactic folosit să ne ajute să luăm în considerare ce se întâmplă la un anumit moment de timp. Pe de alta parte, când în antecedentul lui (2) scriem *t* Ö **n**, simbolul "*t*" stă pentru un membru al colecţiei de momente de timp postulată semantic. Cum putem fi siguri că vorbim de aceleaşi entităţi (momente de timp) în ambele cazuri? Cum putem fi siguri că momentul de timp avut în vedere în construirea propoziţiei *t***n** din **n**, şi momentul de timp postulat de semantica lui ℑ ca apărând în *t* Ö **n** sunt una şi aceeaşi entitate?

Nu avem vreo garanţie că ar exista o conexiune sistematică între cele două colecţii de momente ale "timpului". Aşa cum se va vedea în cele ce urmează, putem obţine o astfel de relaţie doar ca rezultat al unui efort laborios. Posibilitatea acestei construcţii presupune unele principii ale logicii propoziţiilor temporal-indexate precum *t***n**.

I

Fie un limbaj ℑ care cuprinde o mulţime *S* de litere-propoziţie S, S′, S″ etc., şi simbolurile logice 5 şi w. În plus, presupunem că ℑ conţine o mulţime infinită *A* de simboluri pentru momente de timp[2] *t*, *t′*, *t″* etc. Propoziţiile lui ℑ sunt elementele celei mai mici mulţimi care conţine:

(i) fiecare literă-propoziţie;

(ii) ***n*** w *ψ*, ori de câte ori ***n*** si *ψ* sunt în ea;

(iii) 5***n*** şi *t**n***, ori de câte ori ***n*** este în ea şi *t*0*A*[3].

Pare intuitiv să impunem următoarele condiţii asupra comportamentului propoziţiilor temporal-indexate:

1.1. 5*t**n*** / *t*5***n***

1.2. *t*(***n*** w *ψ*) / (*t**n*** w *tψ*)

1.3. Dacă | ***n***, atunci | *t**n***, pentru fiecare *t*0*A*.

Fie RL1 logica care are ca axiome toate tautologiile, (1.1), (1.2) şi care este închisă după regulile detaşarii şi (1.3). Logica RL este logica în care, aşa cum vom vedea, reflectarea unui moment de timp prin altul este un concept central.Să observăm că (1.1) - (1.3) mimează în limbajul nostru ℑ condiţiile standard ce se impun în descrierea comportamentului timpului: orice moment de timp este consistent (în nici un moment de timp o propoziţie şi negaţia ei nu pot fi adevărate concomitent); şi fiecare moment de timp este maximal (pentru orice moment de timp, oricare ar fi o propoziţie, ea sau negaţia ei trebuie să fie adevărată). Într-adevăr, consistentă este exprimată de (1.1). Apoi,din tautologia

1.4.1. ***n*** w 5***n***

obţinem:

1.4.2. *t*(***n*** w 5***n***) (din 1.3)

1.4.3. *t* ***n*** w *t*5***n*** (din 1.2)

şi deci *t* este maximal. Dacă definim ceilalţi conectori logici în mod uzual, următoarele rezultate se demonstrează uşor:

1.5.1. *t*(***n*** v *ψ*) / (*t**n*** v *tψ*)

1.5.2. *t*(***n*** 6 *ψ*) / (*t**n*** 6 *tψ*)

1.5.3. *t*(***n*** / *ψ*) / (*t**n*** / *tψ*)

Din punct de vedere semantic, un model al lui RL1 este un triplet ℵ = +*B*, Ö, **ú**, unde B este o colecţie de "momente de timp" *τ*, *τ*/, *τ*//, etc., **ú** este o funcţie (*A*H*B*) µ *B*, iar relaţia Ö este definită prin:

1.6.1. Dacă ***n***0*S*, fie *τ* Ö ***n***,fie *τ* Ö 5***n***.

1.6.2. *τ* Ö 5***n*** ddacă nu are loc *τ* Ö ***n***.

1.6.3. *τ* Ö ***n*** w *ψ* ddacă *τ* Ö ***n*** sau τ Ö *ψ*.

1.6.4. *τ* Ö *t**n*** ddacă **ú**(*t*,τ) Ö ***n***.

O propoziţie ***n*** este adevărată în ℑ, şi scriem ℑ Ö ***n***, ddacă pentru fiecare *τ*0*B*, *τ* Ö ***n***, şi este RL1-validă ddacă este adevărată în fiecare model al lui RL1. Voi scrie $Ö_{RL1}$ ***n*** în acest caz. Dar, ori de câte ori nu există pericolul vreunei confuzii, voi omite indexarea. Intuiţia din spatele definiţiei lui **ú** şi (1.6.4) este următoarea: fiecare moment de timp din A-colecţia noastră este corelat, relativ la fiecare *τ*, cu un "moment de timp" **ú**(*t*,τ) = *τ*/din *B*-colecţia[4] noastră. Când o propoziţie ***n*** este adevărată la momentul *τ*/, propoziţia *t**n***, adică propoziţia că ***n*** se întâmplă la *t*, este şi ea adevărată la *τ*. Cum se vede din *τ*, "momentul de timp" *τ*/ arată precum *t*. Sau, altfel spus, *τ*/ este reflectată ori oglindită în *τ* ca *t*.

Să notăm, totuşi, că colecţiile A şi B de momente de timp trebuie să fie considerate separate. Nu avem nici un motiv să considerăm că elementele lor sunt aceleaşi, ori măcar că ele ar fi corelate în mod sistematic. Singurul lucru pe care îl ştim până acum este că la fiecare moment *τ* fiecare moment *t* reflectă (*via* funcţia **ú**) un moment *τ/*. Dar nu putem susţine că *t* este exact *τ/* (nici că *t* este reflectarea aceluiaşi *τ/* în fiecare *τ*)!

Un lucru important de notat este că limbajul nostru ℑ permite iterarea propoziţiilor temporal-indexate, precum: *tt/**n***, sau *tt/t//**n***, etc.: la momentul *t* se poate susţine că la momentul *t/* se întâmplă ***n***, etc. Se poate verifica uşor că *τ* Ö *tt/**n*** nu este în nici un mod dependent de *τ* Ö *t**n*** ori de *τ* Ö *t/**n***.

Aici merită menţionată o importantă teoremă a lui RL1. Plecând de la cu (1.4.3) obţinem:

1.7.1. *t/*(*t* ***n*** W *t*5***n***)

1.7.2. *t/t* ***n*** W *t/t*5***n***)

Or, (1.7.2) spune că la momentul *t/* fie are loc *t**n***, fie are loc *t*5***n***. Momentul de timp *t/* oglindeştepe *t*, adică el creează în el însuşi o imagine completă a ceea ce se întâmplă la momentul *t*, în sensul că pentru fiecare propoziţie ***n***, la momentul *t/* se susţine fie că ***n*** se întâmplă la momentul *t*, fie ca 5***n*** se întâmplă la *t*. (Dar, din nou, nimic nu garantează că imaginea lui *t* din *t/* este adecvată, altfel zis că *t* este oglindită în *t/* aşa cum ea este "în realitate".) Această idee poate fi exprimată într-un mod mai riguros prin:

1.8. (*Lema de oglindire*) Dacă Σ este o mulţime RL1-maximal consistentă de propoziţii din ℑ, atunci Σ_t = {***n***: *t**n***0Σ}, unde *t*0*A*, este RL1-maximal consistentă.

Demonstraţie. Σ_t este RL1-consistentă. Căci să presupunem că n-ar fi. Atunci pentru un *ψ* am avea atât *ψ*0Σ_t cât şi 5*ψ*0Σ_t. Dar, conform definiţiei lui Σ_t, am avea atât *tψ*0Σ cât şi *t5ψ*0Σ. Din (1.1), am avea de asemenea 5*tψ*0Σ, iar aceasta ar contrazice faptul că Σ este RL1-maximal consistentă. Apoi, Σ_t este RL1-maximală. Să presupunem că n-ar fi aşa. Atunci pentru un *ψ* nu s-ar obţine nici *ψ*0Σ_t şi nici 5*ψ*0Σ_t. Or, cum (1.4.3) este o RL1-teorema, *tψ* W *t*5*ψ*0Σ şi deci fie *tψ*0Σ, fie *t*5*ψ*0Σ. Dar atunci am avea fie *ψ*0Σ_t,fie 5*ψ*0Σ_t, ceea ce ar contrazice asumpţia noastră.

Să presupunem că Σ este o mulţime RL1-maximal consistentă de propoziţii ale lui ℑ. Atunci Σ conţine descripţiile complete Σ_t a ceea ce se întâmplă la orice moment *t*. În plus, Σ_t conţine o cerinţa maximală Σ_{tt} a ceea ce se întâmplă la orice alt moment *t/*. Dar, desigur, nu avem nici un motiv să presupunem că ceea ce Σ_t susţine că se întâmplă la momentul *t/* este acelaşi lucru cu ce Σ_t susţine că se întâmplă la momentul *t/*, ori cu ceea ce se întâmplă "în realitate" la momentul *t/*, adică cu ceea ce Σ_t este într-adevăr. Sau, reformulând semantic, dacă *τ* Ö *tt/**n***, adică **ú**(*t*,*τ*) Ö *t/**n***, atunci nu putem spune nimic de aici despre *τ* Ö *t/t//**n***, adică **ú**(*t//*,*τ*) Ö *t/**n***, ori despre *τ* Ö *t/**n***. Voi reveni la aceasta chestiune în secţiunea următoare. Închei aceasta secţiune cu un aşteptat rezultat de completitudine:

1.9. |$_{RL1}$ ***n*** ddacă Ö$_{RL1}$ ***n***.

Demonstraţie. Suficienţa decurge imediat. Pentru a demonstra pe (1.1), fie ℵ = +*B*, Ö, **ú**, un model al lui RL1, şi fie *τ*0*B*. Atunci: *τ* Ö 5*t**n*** ddacă nu are loc *τ* Ö *t**n***, ddacă nu are loc **ú**(*t*,*τ*) Ö ***n***, ddacă **ú**(*t*,*τ*) Ö 5***n***, ddacă *τ* Ö *t*5**n**. Pentru a demonstra pe (1.2) avem: *τ* Ö *t*(***n*** W *ψ*) ddacă **ú**(*t*,*τ*) Ö ***n*** W *ψ*, ddacă**ú**(*t*,*τ*) Ö ***n*** sau **ú**(*t*,*τ*) Ö *ψ*, ddacă *τ* Ö *t**n*** sau τ Ö *tψ*, ddacă τ Ö *t****n*** W *tψ*. În al treilea rând, să presupunem că (1.3) nu este validă. Atunci τ Ö ***n*** pentru toți τ, dar τ*/*Ö *t****n*** nu are loc pentru un τ*/*. Aşadar, **ú**(*t*,τ*/*)Ö ***n*** nu are loc. Dar **ú**(*t*,τ*/*) = τ*//*, şi deci nu avem τ*//*Ö ***n*** pentru un τ*//*- contradicție.

Pentru a demonstra necesitatea lui (1.9), să presupunem că ***n*** nu este RL1-demonstrabilă. Atunci există un model ℵ = +*B*, Ö, **ú**, astfel încât pentru un τ0*B*, τ Ö ***n*** nu are loc.Modelul va fi construit după cum urmează. *B* este mulțimea tuturor mulțimilor RL1-maximal consistente de propoziții din ℑ. Atunci dacă Σ este în *B*, punem **ú**(*t*,Σ) = Σ_t. Din (1.8), ştim că Σ_t este de asemenea RL1-maximal-consistentă, şi deci Σ_t0*B*. Apoi punem Σ Ö ***n*** ddacă ***n***0Σ, ori de cate ori ***n*** este o literă-propoziție S. Demonstrația ca ℵ este un model pentru RL1 revine la a arăta că pentru toți ***n***, Σ Ö ***n*** ddacă ***n***0Σ. Singurul caz dificil este când ***n*** = *tψ*, pentru un *ψ*. Avem: Σ Ö *t****n*** ddacă **ú**(*t*,Σ) = Σ_t Ö ***n***, ddacă *ψ*0Σ_t, ddacă *tψ*0Σ. Într-adevăr, *ψ*0Σ_t implică *tψ*0Σ. Căci să presupunem că n-ar fi aşa. Atunci conform definiției lui **ú** şi lemei de oglindire, *ψ* nu aparține lui Σ_t. Conversa rezultă prin simpla aplicare a definiției lui **ú**. În sfârşit, cum ***n*** nu este RL1-demonstrabilă, {5***n***} este RL1-consistentă. Deci poate fi extinsă la o mulțime RL1-maximală şi consistentă Σ, iar 5***n***0Σ, adică Σ Ö ***n*** nu are loc. Dar Σ este un element al lui *B*, ceea ce înseamnă că pentru un Σ, ***n*** nu este adevărat în Σ, q.e.d.

II

Aşa cum am menționat deja, un moment de timp τ conține clauze despre statutul unei propoziții ***n*** într-un (alt) moment τ*/*. Să presupunem că pentru un *t*0*A*, avem **ú**(*t*,τ) = τ*/*. În mare aceasta înseamnă că τ reflectă pe τ*/* ca fiind un moment de timp *t*. De aici, pentru fiecare ***n***, dacă ***n*** este adevărată în τ*/*, atunci propoziția că ***n*** se întâmplă la *t* este adevărată la τ. Mai formal, τ*/* Ö ***n*** ddacă **ú**(*t*,τ) Ö ***n***, ddacă τ Ö *t****n***. Faptul că ***n*** este adevărată la τ*/* este reflectat în τ prin adevărul (în τ) a propoziției *t****n***.

Acum să presupunem că pentru fiecare moment *t*0*A*, este adevărat că τ Ö *t****n***. Această clauză intenționează să transmită ideea că în τ este adevărat că (faptul că) ***n*** se întâmplă întotdeauna. Dar aşa ceva e totuşi un pic prea ambițios. Într-adevăr, clauza că τÖ*t****n*** pentru toți *t* nu exprimă faptul că ***n*** este adevărată în fiecare τ*/*, adică că τ*/* Ö ***n*** pentru fiecare τ*/*0*B*. Explică mai curând doar că ***n*** este adevărată în toate acele momente de timp τ*/* care sunt oglindite adecvat (*via* **ú**) ca un moment *t*0*A*, adică: τ*/*Ö ***n*** ori de câte ori pentru un *t* are loc **ú**(*t*,τ) = τ*/*. Cerința noastră că τ Ö *t****n*** pentru toți *t* înseamnă, atunci, doar că din interiorul lui τ propoziția ***n*** pare a avea loc întotdeauna.

Să îmbogățim limbajul nostru cu un nou operator unar (universal[5]) q. Vom obține astfel un nou limbaj ‹ *l*. O propoziție q***n*** va însemna, intuitiv, că ***n*** pare a avea loc întotdeauna. Aşa cum voi încerca să arăt, operatorul q este foarte folositor în încercarea noastră de a studia logica propozițiilor temporal-indexate, şi deci a unei expresii de forma (2): dacă *t* Ö ***n*** atunci *t/* Ö *t****n***. Acesta este motivul pentru care voi începe prin a investiga proprietățile logice ale lui q.

Pentru început, adăugăm la RL1 două noi axiome şi două noi reguli:

2.1. q(***n*** 6 *ψ*) 6 (q***n*** 6 q*ψ*)

2.2. q*n* 6 *tψ*

2.3. Dacă | *n*, atunci | q*n*

2.4. Dacă | *tn* pentru toti *t*, atunci | q*n*

Fie RL2 logica reflectării obținută astfel. Un model pentru RL2 este o structură Œ = +*B*, Ö, **ú**,. Aici *B* şi **ú** sunt definite ca mai înainte. Definiția lui Ö trebuie sa fie extinsă la cazurile în care este implicat operatorul q:

1.6.5. *τ* Ö q*n* ddacă *τ* Ö *tn* pentru fiecare *t*.

Completitudinea lui RL2 este imediată:

2.5. |RL2 *n* ddacă ÖRL2 *n*.

Pentru suficiența trebuie să arătam că (2.1) - (2.4) sunt adevarate în Œ. Ca exemplu mă voi opri asupra lui (2.3). Fie *τ* Ö *n* pentru fiecare *τ*. Atunci, din (1.3), obținem *τ* Ö *tn* pentru fiecare *t*, şi deci *τ* Ö q*n* din (1.6.5). Să presupunem, invers, că *n* nu este RL2-demonstrabilă.Voi arăta ca există un model Œ al lui RL2 astfel încât *n* nu este adevărată în Œ. Procedura este analoagă celei folosite în secțiunea I în cazul demonstrației pentru RL1. Aşadar, în Œ = +*B*, Ö, **ú**,, *B* este mulțimea tuturor mulțimilor RL2-maximale şi consistente Σ de propoziții ale lui ‹ ; **ú** este definită prin: **ú**(*t*,Σ) = Σ*t*; şi vom pune Σ Ö *n* ddacă *n*0Σ, pentru toți *n*0*S*. Avem nevoie să examinăm propozițiile de forma q*n*. Trebuie să demonstrăm că:

2.6.1. Dacă Σ Ö q*n*, atunci q*n*0Σ.

2.6.2. Dacă q*n*0Σ, atunci Σ Ö q*n*.

Pentru (2.6.1), să observăm că Σ Ö q*n* ddacă Σ Ö *tn* pentru toți *t* (din 1.6.5), ddacă *tn*0Σ pentru toți *t* (din pasul inductiv); atunci q*n*0Σ (prin regula (2.3)). Pentru (2.6.2), avem: cum q*n*0Σ, atunci din (2.2) rezultă că *tn*0Σ pentru toți *t*; atunci Σ Ö *tn* pentru toți *t* (din pasul inductiv), de unde Σ Ö q*n*, conform definiției (1.6.5).

În final, dacă *n* nu este RL2-demonstrabilă, mulțimea {5*n*} este consistentă şi poate fi extinsă la o mulțime RL2-maximală şi consistentă Σ de propoziții ale lui ‹ , şi cum 5*n*0Σ, nu este adevărat că Σ Ö *n*.

Definiția a ceea ce înseamnă ca o propoziție q*n* să fie adevărată la un moment *τ*0*B* pare să difere de tratarea uzuală a operatorilor temporali standard (universali) *G* si *H*. Spre exemplu, pentru operatorul *H* se introduce o relație de precedență < pe mulțimea *B* astfel: *τ*/< *τ* înseamnă că *τ*/precede pe *τ*. În locul lui (1.6.5) avem:

1.6.6. *τ* Ö *Hn* ddacă *τ* Ö *n* pentru toți *τ*/astfel încât *τ*/< *τ*.

Pornind de la (1.6.5) putem, totuşi, să facem apel la un truc elementar pentru a obține ceva similar cu aceasta. Să notăm că următoarele cinci expresii sunt echivalente (pentru a scurta argumentul, ele vor fi expuse formal):

(2.7.1) *τ* Ö q*n* / (œ*t*)*τ* Ö *tn*

(2.7.2) *τ* Ö q*n* / (œ*t*)**ú**(*t*,*τ*) Ö *n*

(2.7.3) *τ* Ö q*n* / ((œ*t*)(œ*τ*/)(**ú**(*t*,*τ*) = *τ*/6 *τ*/Ö *n*)

(2.7.4) *τ* Ö q*n* / ((œ*τ*/)(œ*t*)(**ú**(*t*,*τ*) = *τ*/6 *τ*/Ö *n*)

(2.7.5) *τ* Ö q*n* / ((œ*τ*/)((›*t*)**ú**(*t*,*τ*) = *τ*/6 *τ*/Ö *n*)

Antecedentul parții drepte a expresiei (2.7.5) este (›*t*)**ú**(*t*,*τ*) = *τ*/. Această expresie stă pentru o relație, s-o notăm –, între *τ*/şi *τ*. Relația *τ*/–*τ* are loc ddacă *τ*/ este reflectat în mod adecvat în *τ* ca un moment *t*. Căci fiecare propoziție ***n*** este adevărată la momentul *τ′* ddacă există un moment *t* astfel încât este adevărat la momentul *τ* că ***n*** se întâmplă la *t*. Astfel putem înlocui pe (1.6.5) prin:

1.6.5.1. *τ* Ö q***n*** ddacă *τ* Ö ***n*** pentru toți *τ′* astfel încât *τ′*— *τ*.

Conform acestei definiții comportamentul lui q seamănă cu al operatorului universal temporal uzual *H*, diferența constând în aceea că relația < este înlocuită de —.

Avantajul introducerii relației de reflectare — pe mulțimea *B* de momente de timp este că putem formula, folosind rezultate binecunoscute, logica operatorului q concentrându-ne asupra proprietăților lui —. Un prim exemplu este prezentat de teorema următoare:

2.8. (*Nonexistența elementului maximal*) (œ*τ*)(›*τ′*)*τ′*—*τ*.

Demonstrație. Din (2.2) avem ambele: q***n*** 6 *t****n*** și q5***n*** 6 *t*5***n***, iar de aici (q***n*** v q5***n***) 6 (*t****n*** v *t*5***n***). Cum,potrivit lui (1.1) și (1.5.1) consecventul expresiei anterioare este fals, obținem:

2.9. q***n*** 6 5q5***n***.

Voi arata că condiția semantică corespunzatoare lui (2.9) este proprietatea lui — de a nu avea nici un element minimal. Pentru a face aceasta, voi apela la metoda substituției[6]. Traducerea de ordinul doi a lui (2.9) este:

(œ*P*)(œ*τ*)((œ*τ′*)(*τ′*—*τ* 6 *P*(*τ′*)) 6 (›*τ′*)(*τ′*—*τ* v *P*(*τ′*)))

Substituind *P*(*) prin *—*τ* obținem:

(œ*τ*)((œ*τ′*)(*τ′*—*τ* 6 *τ′*—*τ*) 6 (›*τ′*)(*τ′*—*τ* v *τ′*—*τ*))

adică exact (2.8).

În secțiune următoare voi arăta că impunând anumite constrangeri asupra lui — putem obține o logică care să ne ajute să dăm înteles expresiei (2).

III

Ceea ce voi urmări este să construiesc o logica a reflectării RL3 cu proprietatea că:

3.1. |$_{RL3}$ ***n*** ddacă ***n*** este adevărată în toate modelele Œ = +*B*, Ö, ú, ale lui RL3 în care *A*-momentele și *B*-momentele de timp sunt corelate biunivoc.

Atunci are sens să încercăm să vedem în ce condiții are loc:

(2′) Dacă τ_t Ö ***n***, atunci τ_t Ö *t****n***

ori, mai simplu: dacă *t* Ö ***n***, atunci *t′*Ö *t****n***, adică (2), are loc. Logica noasta RL3 rezultă prin adaugarea la RL2 a două axiome și a unei reguli:

3.2. q***n*** 6 qq***n***

3.3. qq***n*** 6 q***n***

3.4. Dacă | q***n***, atunci | ***n***.

Calcule uzuale[7] arăta că aceste expresii definesc proprietăți importante ale relației —:

3.2.1. (*tranzitivitatea*) Dacă *τ*—*τ′* și *τ′*—*τ″*, atunci *τ*—*τ″*.

3.3.1. (*densitatea*) Dacă *τ*—*τ′*, atunci există un *τ″* astfel încât *τ*—*τ″* și *τ″*—*τ*.

3.4.1. (*nonexistența elementului maximal*) (œ*τ*)(›*τ′*)*τ*—*τ′*.

Astfel, în RL3 relaţia — este transitiva, densă şi (ţinând cont şi de (2.8)) *B*-timpul nu are nici început şi nici sfârşit. Cele patru proprietăţi ale lui — o fac să aibă un comportament identic în dreapta şi în stânga sa.

Partea grea a argumentului este de a arăta că dacă *B*-momentele de timp sunt ordonate de relaţia — înzestrată cu aceste proprietăţi, (3.1) va avea loc şi, în consecinţă, (2) va avea înteles.Vom demonstra pentru început două leme. Pentru fiecare model Œ al lui RL3 şi fiecare *B*-moment, au loc:

3.5. Pentru fiecare *t* şi *t′* există un *t″* astfel încât pentru toţi ***n***, *τ* Ö *tt′**n*** ddacă *τ* Ö *t″**n***.

3.6. Pentru fiecare *t* există *t′* şi *t″* astfel încât pentru fiecare ***n***, *τ* Ö *t**n*** ddacă *τ* Ö *t′t″**n***.

Demonstraţia lui (3.5.). Ştim că (3.2) exprimă faptul că — este tranzitivă: dacă există un t_1 astfel încât **ú**(t_1,*τ*) = *τ′* şi există un t_2 astfel încât **ú**(t_2,*τ′*) = *τ″*, atunci există un t_3 astfel încât **ú**(t_3,*τ*) = *τ″*. Să presupunem că pentru unii t_1 şi t_2 avem **ú**(t_1,*τ*) = *τ′* şi **ú**(t_2,*τ′*)= *τ″*. Atunci pentru toate propoziţiile ***n*** avem: *τ* Ö t_1***n*** ddacă *τ′* Ö ***n*** si *τ′* Ö t_2***n*** ddacă *τ″* Ö ***n***. Din definiţia lui Ö pentru propoziţiile de forma *tψ*, avem de asemenea: *τ* Ö t_1t_2***n*** ddacă *τ″* Ö ***n***. Cum — este tranzitivă, obţinem că există t_3 astfel încât pentru toţi ***n***, *τ* Ö t_3***n*** ddacă *τ″* Ö ***n***. Deci pentru toţi ***n***, *τ* Ö t_1t_2***n*** ddacă *τ* Ö t_3***n***. Ori, altfel spus, pentru fiecare t_1 şi t_2 există un t_3 astfel încât pentru toţi ***n***, *τ* Ö t_1t_2***n*** ddacă *τ* Ö t_3***n***.

Demonstraţia lui (3.6). Din nou, ştim că (3.3) defineşte densitatea relaţiei —: dacă *τ* — *τ′*, atunci există un *τ″* astfel încât *τ* — *τ″* şi *τ″* — *τ′*. Acum, fie *t* un *A*-moment şi *τ* un *B*-moment. Atunci există un *τ′* astfel încât **ú**(*t*,*τ*) = *τ′*. Vom avea *τ′* — *τ*. Dată fiind definiţia lui Ö avem pentru toţi ***n***, *τ* Ö *t**n*** ddacă *τ′* Ö ***n***. Cum — este densă, există *τ″*, *t′* şi *t″* astfel încât **ú**(*t′*,*τ*) = *τ″* şi **ú**(*t″*,*τ″*) = *τ′*. Atunci pentru toţi ***n***, *τ* Ö *t′**n*** ddacă *τ″* Ö ***n***, şi *τ″* Ö *t″**n*** ddacă *τ′* Ö ***n***. Deci pentru toţi ***n***, *τ* Ö *t′t″**n*** ddacă *τ′* Ö ***n***. Din aceasta şi din *τ* Ö *t**n*** ddacă *τ′* Ö ***n*** obţinem: *τ* Ö *t′t″**n*** ddacă *τ* Ö *t**n***.

Acum fie Œ = +*B*,Ö,**ú**, un model al lui RL3, şi fie *τ*0*B*. Pornind de la Œ şi *τ* voi construi un nou model cu proprietatea din (3.1).Voi numi această structură model-oglindă. Pentru început, pentru fiecare *t* voi defini o mulţime $[t]_\tau$ ca fiind mulţimea tuturor momentelor de timp ce nu se pot distinge unele de altele din *τ*: *t′*0$[t]_\tau$ ddacă pentru fiecare ***n***, *τ* Ö *t**n*** ddacă *τ* Ö *t′**n***. Fie *μ* o functie care alege din fiecare mulţime $[t]_\tau$ un element *t′* al ei: *μ*($[t]_\tau$)0$[t]_\tau$. Componentele noului model $Œ_{\tau,\mu}$ = +B_τ,$Ö_{\tau,\mu}$,$ú_{\tau,\mu}$, sunt definite de:

(i) B_τ = {τ_t: *t*0*A*};

(ii) τ_t Ö ***n*** în $Œ_{\tau,\mu}$ ddacă *τ* Ö *t**n*** în Œ;

(iii) $ú_{\tau,\mu}$(*t′*,τ_t) = τ_t ddacă există un *t‴* astfel încât:

1) pentru toţi ***n***, *τ* Ö *tt′**n*** ddacă *τ* Ö *t‴**n***;

2) *μ*([*t‴*]$_\tau$) = *t′*.

Că $ú_{\tau,\mu}$ este o funcţie decurge din (3.5), care garantează că *t‴*, şi deci [*t‴*]$_\tau$ există, şi din definiţia lui *μ*, care ne asigură de unicitatea lui *t′*.

Voi arăta că $Œ_{\tau,\mu}$ este într-adevăr un model al lui RL4. Mai întâi, prin lema de oglindire (1.8), mulțimea propozițiilor astfel încât τ_t Ö ***n*** este RL4-maximală consistentă, fapt ce asigură că (1.6.1)-(1.6.3) sunt satisfacute. Apoi, pentru a demonstra (1.6.4) să observăm că τ_t Ö *t*/***n*** în $Œ_{\tau,\mu}$ ddacă τ Ö *tt*/***n*** în Œ; din (3.5) şi definiția lui μ există un *t*// astfel încât, în Œ, τ Ö *t*//***n***, şi deci în $Œ_{\tau,\mu}$ avem τ_t Ö ***n***. În al treilea rând,definim relația $—_{\tau,\mu}$ prin: $\tau_t\, —_{\tau,\mu} \tau_t$ ddacă există un *t*// astfel că $ú_{\tau,\mu}(t//,\tau_t) = \tau_t$.Se poate verifica că $—_{\tau,\mu}$ este transitivă, densă şi nu are elemente minimale şi maximale. În al patrulea rând, pe baza lui $—_{\tau,\mu}$ nu este dificil de arătat că definiția lui Ö este potrivită pentru propoziții de forma ***n*** = qψ[8].

Urmatoarea teorema de completitudine are pe (3.1) ca un corolar imediat:

3.7. {***n***} este RL3-consistentă ddacă există un model-oglindă al lui RL3 astfel încât pentru un *B*-moment τ_t din el, τ_t Ö ***n***.

Demonstrație. Din teorema de completitudine pentru RL3, {***n***} este RL3-consistentă ddacă există un model Œ în care pentru unele *B*-momente τ are loc τÖ***n***. Din (3.4.1) există un τ/ astfel încât τ—τ/. Atunci, din definiția lui —, există un *t* astfel încât τ/Ö *t****n***. Acum, pornind de la τ/ şi Œ putem construi un model-oglindă $Œ_{\tau,\mu}$, şi, desigur, în el τ/$_t$ Ö ***n***. Invers, presupunem că într-un model-oglindă $Œ_{\tau,\mu}$ avem, pentru unii *t*, τ_t Ö ***n***. Atunci in modelul originar Œ are loc τ Ö *t****n***. Dar din definiția lui Ö reiese că are loc de asemenea ú(*t*,τ) Ö ***n***, care înseamnă că pentru unii τ/ = ú(*t*,τ), avem τ/ Ö ***n***. În final, aceasta implică că {***n***} este RL3-consistentă, q.e.d.

În cele ce urmeaza mă voi concentra asupra modelelor oglindă. Pentru simplitate, voi omite folosirea indicilor. Mai mult, cum în modelele oglindă putem corela întotdeauna orice *B*-moment τ_t cu un *A*-moment *t*, şi *vice versa*, este posibil să simplificăm notația folosind doar *A*-momente. Astfel voi scrie, e.g., *t* Ö *t*/***n*** în loc de τ_t Ö *t*/***n***, şi ú(*t*,*t*/) = *t*// în loc de $ú_{\tau,\mu}(t,\tau_t) = t_t$ etc. Ca o consecință, (2) are înțeles. Să notăm că relația de precedență — definită pe modelele oglindă nu trebuie să fie reflexivă.

Dar la ce ar conduce aceasta ? Relația — este reflexivă ddacă pentru toți *t*, există un *t*/ astfel că ú(*t*/,*t*) = *t*. În acest mod, *t* se reflectă pe sine adecvat:

3.8. Pentru fiecare *t* există un *t*/ astfel că pentru toate propozițile ***n***, *t* Ö ***n*** / *t*/***n***.

Însă la RL3 propoziția (3.8) nu are loc. Dar poate fi demonstrată o versiune mai slaba a ei:

3.9. Există *t* şi *t*/ astfel că pentru toate propozițiile ***n***, *t* Ö ***n*** / *t*/***n***.

Demonstrație. Expresia de ordinul doi corespunzatoare lui (3.4): dacă | q***n***, atunci | ***n*** este:

3.9.1. (œ*P*)((œ*t*)(œ*t*/)*P*(ú(*t*/,*t*)) 6 (œ*t*)*P*(*t*))

Substituind pe *P*(*) cu *t* … * obținem:

3.9.2. (œ*t*)(œ*t*/) *t* … ú(*t*/,*t*) 6 (œ*t*) *t* … *t*

3.9.3. (>*t*)(>*t*/) *t* = ú(*t*/,*t*)

3.9.4. (>*t*)(>*t*/)(œ***n***)(*t* Ö ***n*** / ú(*t*/,*t*) Ö ***n***)

3.9.5. (>*t*)(>*t*/)(œ***n***)(*t* Ö ***n*** / *t* Ö *t*/***n***)

3.9.6. (>*t*)(>*t*/)(œ***n***) *t* Ö ***n*** / *t*/***n***

Dat fiind (3.9.3), în RL3 avem că pentru un *t*, *t* — *t*:cel puțin un moment de timp se reflectă pe sine în mod adecvat. Conform propoziției (3.9), în *t* fiecare propoziție non-indexată ***n*** este echivalentă cu o propoziție indexată temporal *t/****n***. În *t* nu este posibil să distingem între propozițiile indexate de cele non-indexate[9].

Să ne gândim la posibilitatea de a cere ca *t* să se reflecte pe sine în mod adecvăt. (În acest caz (3.8) este adevărat.) Aceasta se întâmplă dacă

3.1'.1. (*reflexivitate*) (œ*t*) *t* — *t*

are loc. Ştim că replica sintactică a lui (3.1'.1) este:

3.1'. q***n*** 6 ***n***

Fie RL4 logica reflectării rezultată prin adăugarea lui (3.1') şi (3.2): q***n*** 6 qq***n*** la RL2. Întâi notăm că propozițile (3.3) şi (3.4) sunt consecințe ale lui (3.1'). Apoi, aşa cum am procedat şi în cazul lui (3.1), putem demonstra că:

3.11. |RL4 ***n*** ddacă ***n*** este adevărată în toate modelele Œ = +*B*, Ö, **ú**, ale lui RL4 în care *A*-momentele şi *B*-momentele de timp sunt corelate biunivoc.

Acum, să presupunem că suntem în RL3 ori în RL4 şi că momentul de timp *t* este astfel încât se reflectă pe sine în mod adecvat: *t* — *t*. Aceasta înseamnă că *t* se reflectă pe sine ca *t/*. Dar nu există nici o garanție că *t/* este exact *t*: nu putem spune mai mult, anume că *t* se reflectă pe sine ca *t*.Dar putem să avansăm un pic: şi în RL3, şi în RL4 putem apela la modelele oglindă pentru a da sens ideii că un moment de timp se reflectă pe sine exact aşa cum este. Să introducem o nouă relație binară n pe *B* prin:

3.12. *t/*n*t* ddacă **ú**(*t/*,*t*) = *t/*.

În acord cu (3.12), relația *t/*n*t* are loc ddacă *t* reflectă pe *t/* exact ca *t/*. Relația n este strâns legată de —. Într-adevăr, se poate uşor verifica că n implică pe —. Conversa, totuşi, nu are loc. Dar aceasta se întâmplă dacă adăugăm la RL3 ori la RL4 o nouă axiomă:

3.13. (*t//****n*** / *tł****n***) 6 (*t//****n*** / *tł//****n***)

Fie RL5 si RL6 noile logici ale reflectării care rezultă dacă adăugăm pe (3.13) la RL3, respectiv la RL4. Intuiția din spatele lui (3.13) este că dacă *t/* reflectă un moment *t//* ca un moment *t*, atunci îl va reflecta pe *t//* exact aşa cum este. Demonstrăm că sub (3.13) avem: — implică n. Faptul că — implică n este exprimată (într-un model oglindă $Œ_{\tau,\mu}$) prin:

3.13.1. (œ*t/*)(œ*t//*)((› *t*)**ú**(*t*,*t/*) = *t//* 6 **ú**(*t//*,*t/*) = *t//*)

şi mai departe:

3.13.2. (œ*t/*)(œ*t//*)(œ*t*)(**ú**(*t*,*t/*) = *t//* 6 **ú**(*t//*,*t/*) = *t//*)

Astfel, dacă *t//* Ö ***n*** ddacă **ú**(*t*,*t/*) Ö ***n***, atunci *t//* Ö ***n*** ddacă **ú**(*t//*,*t/*) Ö ***n***. Obținem: dacă *t//* Ö ***n*** ddacă *t/* Ö *t****n***, atunci *t//* Ö ***n*** ddacă *t/* Ö *t//****n***. Întorcându-ne la modelul original Œ, obținem: dacă *τ* Ö *t//****n*** / *tł****n***, atunci *τ* Ö *t//****n*** / *tł//****n***, ori: *τ* Ö (3.13). Dar, cum Œ şi *τ* sunt alese arbitrar, urmează că (3.13) este adevărată în toate modelele şi deci în toate modelele oglindă. În consecința în modelele oglindă ale lui RL5 şi ale lui RL6 n şi — au loc pentru exact aceleaşi argumente. Putem atunci înlocui pe — prin n în toate contextele[10].

Acum, dacă n este reflexivă în *t*, avem: *t* n *t*, adică **ú**(*t*,*t*) = *t*. Când aceasta are loc, momentul de timp *t* se reflectă pe sine exact ca *t*. Atunci *t* Ö ***n*** ddacă **ú**(*t*,*t*) Ö ***n***, ddacă *t* Ö *t****n***, deci:

3.14. *t* Ö ***n*** / *t****n***

Propoziția (3.14) spune că în *t* o propoziție ***n*** este adevărată ddacă în *t* este adevărat că ***n*** are loc în *t*[11]. Este tentant atunci să gândim că (3.14) exprimă intuiția că, la *t*, momentul de timp *t* este *momentul prezent*. Atunci la momentul *t* o propoziție ***n*** este adevărată ddacă este adevărată în prezent[12]. În RL5 ştim că există un moment *t* astfel încât *t* este momentul prezent la *t*. În RL6 avem ceva mai mult, anume că un moment de timp este întotdeauna timpul prezent pentru el însuşi. Paul scrie o scrisoare ddacă în prezent Paul scrie o scrisoare – este atunci un adevăr logic.

Este interesant să notăm că în logici cel puțin la fel de puternice ca RL3 teza (2) poate fi întărită astfel:

(2') *t* Ö ***n***, ddacă *t′* Ö *t****n***.

Într-adevăr, dacă în (2) substituim pe ***n*** cu 5***n***, prin contrapoziție obținem: dacă nu este adevărat că *t′* Ö *t*5***n***, atunci nu este adevărat că *t* Ö 5***n***. Deci dacă *t′* Ö *t****n***, atunci *t* Ö ***n***. Mai mult decât atăt, (2') implică faptul că relația este – totală: pentru toți *t* şi *t'*, *t* – *t'*. Căci, cum
t′ Ö *t****n***, există un *t''* astfel încât *t′* Ö *t''****n***. În RL5 şi RL6 faptul că pentru toți *t* şi *t'* are loc că *t* n *t'* rezultă imediat.

IV

Subiectul pe care îl voi discuta în această secțiune nu cere ca relația de reflectare – pe momentele de timp să aibă mai multe proprietăți decât are în logica minimală RL3. De aceea, pentru restul acestei lucrari voi asuma că fundalul logic este RL3.

Momentele de timp pot fi ordonate folosind relația de precedență <. Dacă *t*<*t′*, spunem că *t* precede pe *t′*. Procedura standard de a reda aceasta relație în mod sintactic este să îmbogățim limbajul nostru ‹', obținând un nou limbaj ‹", prin introducerea a doi operatori unari, *G* si *H*. O propoziție *G****n*** se citeşte: ***n*** se va întâmplă întotdeauna, iar propoziția *H****n*** se citeşte: ***n*** s-a întâmplat întotdeauna. Fie logica temporală a reflectării TRL1, logica rezultată prin adăugarea la RL3 a urmatoarelor axiome şi reguli:

4.1. *G*(***n*** 6 *ψ*) 6 (*G****n*** 6 *Gψ*)

4.2. *H*(***n*** 6 *ψ*) 6 (*H****n*** 6 *Hψ*)

4.3. Dacă | ***n***, atunci | *G****n***.

4.4. Dacă | ***n***, atunci | *H****n***.

4.5. *G****n*** 6 *GG****n***

4.6. *GG****n*** 6 *G****n***

4.7. *G****n*** 6 5*G* 5***n***

4.8. *H****n*** 6 *HH****n***

4.9. *HH****n*** 6 *H****n***

4.1'. *H****n*** 6 5*H* 5***n***

Un model pentru TRL1 este o structură Œ = +*B*, Ö, **ú**, <,, unde *B* şi **ú** sunt definite ca în RL3, relația < pe *B* este tranzitivă, densă atât la dreapta cât şi la stânga, fără început şi fără sfârşit. Definiţia lui Ö este extinsă pentru a acoperi şi cazurile propoziţiilor de forma *G***n** şi *H***n**. Ideea intuitivă este aceasta: *H***n** este adevarată în *t* ddacă **n** este adevarată în toate momentele ce preced pe *t*; iar *G***n** este adevărată în *t* ddacă **n** este adevărată în toate momentele ce succed pe *t*:

1.6.6. *t* Ö *H***n** ddacă *t'* Ö **n** pentru toţi *t/* astfel încât *t/* < *t*.

1.6.7. *t* Ö *G***n** ddacă *t'* Ö **n** pentru toţi *τ/* astfel încât *t* < *t/*.

În TRL1 relaţiile – şi <, în mare, au aceleaşi proprietăţi[13]. Întrebarea care se pune acum e următoarea: cum sunt ele legate? O intuiţie importantă este aceasta:

4.11. (*Fixitatea*[14] *trecutului*) Pentru toţi *t* şi *t/*, dacă *t*<*t/*, atunci pentru fiecare propoziţie **n**, faptul că *t* Ö **n** trebuie să fie reflectat în mod adecvat în *t/*, sau, într-un mod mai formal: pentru toţi *t* şi *t/*, dacă *t*<*t/*, atunci *t*–*t/*.

Trecutul este fixat în sensul că fiecare moment este reflectat în mod adecvat în orice moment viitor.Dacă dimineaţă era adevărat că Paul scrie o scrisoare, atunci nu se poate întâmpla că după-amiază Paul să nu fi scris o scrisoare dimineaţă[15]. Iar aceasta pare să se potriveasca intuiţiilor noastre. Principiul (4.11) de fixare a trecutului corespunde următoarei reguli:

4.12. Dacă |*t***n** pentru orice *t*, atunci |*H***n**.

Voi demonstra doar partea ei de necesitate. Pentru a face aceasta,voi folosi din nou metoda substituţiei. Traducerea în logica de ordinul doi a predicatelor a lui (4.12) este:

4.12.1. (œ*P*)((œ*t/*)(œ*t*)*P*(**ú**(*t*,*t/*)) 6 (œ*t/*)(œ*t//*)(*t//*<*t/* 6 *P*(*t//*)))

Să substituim (›*t///*)**ú**(*t///*,*t/*) = * pentru *P*(*). Atunci:

4.12.2. ((œ*t/*)(œ*t*)(›*t///*)(**ú**(*t*,*t/*) = **ú**(*t///*,*t/*)) 6 (œ*t/*)(œ*t//*)(*t//*<*t/* 6 (›*t///*)**ú**(*t///*,*t/*) = *t//*))

Cum antecedentul lui (4.12.2) este un adevăr logic, obţinem:

4.12.3. (œ*t/*)(œ*t//*)(*t//*<*t/* 6 (›*t///*)**ú**(*t///*,*t/*) = *t//*))

adică exact (4.11).

Să presupunem că într-adevăr pentru toţi *t* este adevărat la *t/* că *t***n**. Dar propoziţia *H***n** este falsă la *t* dacă propoziţia **n** nu este adevărată într-un moment *t//* precedent lui *t/*. Aceasta se poate întâmplă doar dacă *t//* nu este reflectat adecvat în *t/* ca un moment de timp *t*, adică dacă *t//* ã *t/*. De aici, dacă *t//*<*t/*, atunci *t//* este reflectată adecvat în *t/*.

Acum să considerăm un principiu analog lui (4.11):

4.13. Dacă |*t***n** pentru fiecare *t*, atunci |*G***n**

Conditiă semantică corespunzatoare este:

4.13.1. (œ*t*)(œ*t*)(*t*<*t/* 6 (›*t//*)**ú**(*t//*,*t*) = *t/*))

adică dacă *t*<*t/* atunci *t/*–*t*. Aceasta expresie exprimă ideea că, faptul ca **n** se întâmplă la *t/* este reflectat adecvat la orice moment anterior *t*. Să alegem, de exemplu, pe *t* şi *t'* ca fiind, respectiv, această dimineaţă şi această după-amiază. Atunci, dacă în această dimineaţă era adevărat că Paul va scrie o scrisoare după-amiază, atunci după-amiază este, într-adevăr, adevărat că Paul scrie o propoziţie.Acum să observăm că condiţia că *t/*–*t* implică faptul că pentru unii *t''* avem *t'* Ö **n**, ddacă *t'* Ö *t''***n**. (Într-o logică temporală construită în ‹" pe baza lui RL5 ori RL6, aceasta ar implica exact (2')!) Or, aşa cum am menţionat în introducerea acestei lucrări, în conjuncţie cu tezele (3) şi (4), aceasta nu va fi compatibilă cu alegerea şi deliberarea umană[16].

Un mod de a face faţă acestei probleme ar fi să negăm că (2') are loc pentru toate propoziţiile ***n***, ceea ce ar face ca inferentele permise de (4.13) să fie invalide. O strategie în acest sens este să distingem între fapte[17] “slabe” de cele “tari”. În conformitate cu aceasta, (2') nu ar avea loc pentru toate propoziţiile ***n***, ci doar pentru acelea care sunt “despre trecut”. A fi despre trecut este explicat ca a fi despre un “fapt tare”. Pasul crucial este acela de a argumenta că faptul că Paul scrie o scrisoare este un “fapt tare” despre această dimineaţă, în timp ce faptul că dimineaţă era adevărat că Paul va scrie o scrisoare după amiază ar fi un “fapt slab”, nu unul “tare” despre această dimineaţă, şi deci că propoziţii precum „Dimineaţă era adevărat că Paul va scrie o scrisoare după-amiază” nu sunt strict despre trecut. Astfel, contradicţia este blocată.

Distincţia dintre faptele slabe şi cele tari întâmpină totuşi o rezistentă în cadrul logic dezvoltat în aceasta lucrare. În TRL1 propoziţia (3.9) are loc, ceea ce înseamnă că cel puţin la un moment *t* nu este posibil să deosebim propoziţiile indexate de cele non-indexate. Cel puţin la un moment *t* propoziţia "Paul scrie o scrisoare" este echivalentă cu propoziţia "La *t′* Paul scrie o scrisoare", pentru un moment *t′*. Aşadar nu există un criteriu absolut pentru a distinge un fapt tare care este strict despre un moment de timp, de unul slab care, deşi este despre acel moment de timp, este de asemenea despre un (posibil) alt moment[18].

Principiul (4.13), deşi duce la probleme, are, fără îndoială, o încărcătură intuitivă. Dar aceasta impresie decurge dintr-o ambiguitate în întelegerea întelesului unei propoziţii ca *t****n***. Pe de o parte, a spune că *t****n*** este adevărată la *t′* poate fi interpretată ca o cerinţă a cărei justificare este în totalitate în afara lui *t′*: Propoziţia este adevărată dacă, de fapt, ***n*** este adevărată pentru un *t″*. Că ***n*** este adevărată în *t″* este un fapt obiectiv, care este apoi reflectat în *t′* prin adevărul lui *t****n*** la *t′*. În această interpretare, principiul (4.13) este acceptabil dacă susţinem că fiecare moment de timp *t″* trebuie să fie reflectat în *t′* ca un moment *t*[19]. Pe de altă parte, a spune că *t****n*** este adevărat la *t′* poate fi interpretată apelând doar la resurse interne ale lui *t′*. În această interpretare, *t′* dă propria sa descriere momentelor de timp, care poate avea puţine în comun cu modul în care ele sunt de fapt. Resursele momentului de timp *t′* de a descrie alte momente de timp sunt limitate de funcţia **ú**: *t′* descrie un moment *t″* doar dacă există un *t* astfel că *t″* să fie reflectat în mod adecvat în *t′ via* **ú** ca *t*. Dar in acest caz nu putem infera nimic despre valoarea de adevar a lui *G****n*** la *t* din faptul că *t****n*** este adevărat în *t′* pentru toţi *t*. Semantica dezvoltată în această lucrare favorizează clar ultima interpretare. Iar aceasta nu susţine propoziţia (4.13).

Acum, cerinţa ca orice moment posterior să fie reflectat adecvat în unul anterior poate fi exprimată de principiul *corectitudinii trecutului:*

4.14.1. Semantic: pentru toţi *t* şi *tl*, dacă pentru fiecare propoziţie ***n*** faptul că *t* Ö ***n*** este reflectat adecvat în *tl*, atunci *t*<*tl*; sau într-un mod mai formal: pentru toţi *t* şi *tl*, dacă *t*–*tl*, atunci *t*<*tl*.

4.14.2. Sintactic: *H****n*** 6 *t****n*** ori, echivalent, *t****n*** 6 *P****n***.[20]

Principiul (4.14.2) este greu de acceptat: dacă la *t′* este adevărat că ***n*** s-a întâmplat întotdeauna în trecut, nu urmează că la *t′* este adevărat că pentru toţi *t* este cazul la *t* că

n. Căci un moment *t* poate fi reflectat adecvat în *t'* chiar dacă *t* nu este în trecutul lui *t'* (deşi, pentru a scăpa de fatalismul logic, avem nevoie să presupunem că pentru fiecare *t* există un *t'* astfel încât *t'* este ulterior lui *t*, şi *t'* nu este reflectat adecvat de *t*: avem $t < t'$, dar nu *t'* – *t*.)

Note

1.Vezi W. Hasker, „Hard Facts and Theological Fatalism”, in *Noûs*, 22 (1988), pp. 419-420.
2.Daca vrem ca timpul să fie continuu, atunci *A* trebuie să fie nenumerabilă.
3.Situaţia este de fapt mai complicată. Pentru fiecare *t*0*A*, trebuie mai întâi să construim un operator +*t*,, însemnând: la momentul *t*... Atunci, dacă ***n*** este o propoziţie +*t*, ***n*** trebuie să fie o propoziţie. Dar,deoarece *t* şi +*t*, sunt corelate biunivoc, voi ignora aceasta complicaţie.
4.Aşa cum se va vedea în cele ce urmează, numele celor două colecţii intenţionează să reamintească de seriile A şi B ale lui McTaggart
5.Operatorii universali standard din logica temporală sunt *G* şi *H*. Propoziţiile *G**n*** şi *H**n*** înseamnă: ***n*** se va întâmpla întotdeauna, respectiv: ***n*** s-a întâmplat întotdeauna.
6.Vezi J. van Benthem, 'Correspondence Theory', in D. Gabbay, F. Guenthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic*, vol. II, D. Reidel, Dordrecht, 1984, pp. 167 - 247.
7.Pentru cazurile analoage ale operatorilor *G* si *H*, vezi J. van Benthem, *The Logic of Time*, Ch. II2, Kluwer, Dordrecht, 1991.
8.Am demonstrat unele rezultate analoage în logica modală în secţiunea V a lucrării mele „Actuality and World-Indexed Sentences” (studiul anterior din acest volum).
9.Propoziţiile (3.8) şi (3.9) vor fi extrem de importante în cele ce urmează în discuţia noastră privitoare la distincţia între fapte tari şi slabe.
10.Întrebare deschisă: care este condiţia semantică definită de (3.13)? Bănuiesc că ar fi ceva asemănător cu o condiţie de continuitate, dar nu am nici o dovadă în acest sens.
11.Folosind din nou metoda descrisă în demonstraţia lui (3.13), putem vedea că replica sintactică a lui (3.14) este:

3.15. *t**n*** / *tt**n***

12.Dacă *t* este reflexiv, îl putem indica în mod rigid ca momentul prezent. Mai precis, referinţa lui *t* este păstrată fixă. Putem exprima aceasta astfel:

3.15. *t* n *t*/, atunci *t* Ö *t*/*t**n*** / *t**n***

Demonstraţie. Presupunând că *t* n *t*/, obţinem: *t* Ö *t*/*t**n*** ddacă **ú**(*t*/,*t*) Ö *t**n***, ddacă *t*/Ö *t**n***, ddacă **ú**(*t*,*t*/) Ö ***n***, ddacă *t* Ö ***n***, ddacă **ú**(*t*,*t*) Ö ***n***, ddacă *t* Ö *t**n***.
13.Dar noi ştim din (3.9.3) că – este reflexivă pentru cel puţin un moment de timp, câta vreme această proprietate nu este asumată în privinţa lui <.
14.Este de asemenea tentant să scriem: “inalterabilitatea trecutului”; dar, cum argumenta A. Plantinga,viitorul nu este mai alterabil decât trecutul:

> Ne putem imagina pe cineva spunând: “Paul a ieşit de fapt pe uşă la 9:21 a.m. este adevărată ; aşadar *Paul va ieşi pe uşă la 9:21 a.m.* este adevărată; dar Paul are puterea de a se sustrage acţiunii de a ieşi pe uşa atunci; deci Paul are puterea să altereze viitorul”. Dar concluzia conduce la confuzie; dacă s-ar întâmpla ca Paul să nu iesă afară, atunci acest lucru nu va altera nimic în viitor. Pentru a altera viitorul, Paul ar trebui sa facă ceva de felul: el ar trebui să desfăşoare o acţiune *A* la momentul *t*,

> premergator lui 9:21 astfel încât înainte de *t* să fie adevărat că Paul va ieşi pe uşă la 9:21, dar dupa *t* (dupa ce efectuează *A*) să fie fals că el va mai face astfel. Nici Paul, nici nimeni altcineva – nici măcar Dumnezeu – n-ar putea face aşa ceva. („On Ockham's Way Out", în *Faith and Philosophy*, 3 (iulie 1986), 3, pp. 244)

15. De fapt, argumentul nu este chiar corect: în TRL1 putem argumenta doar că dacă dimineață era adevărat că Paul a scris o scrisoare, atunci după-amiază era adevărat că la un moment (care extensionl este echivalent cu această dimineață) Paul a scris o scrisoare. Argumentul ar funcționa mai bine dacă ne-am muta într-o logică mai tare în care să se facă apel la relația de reflectare n, în loc de –.

16. În plus, aşa cum ne avertizase Aristotel, ne-ar conduce la fatalism logic. (A se vedea *Despre interpretare*, 18b9-14.)

17.Literatura despre această distincție este imensă, iar majoritatea lucrărilor se concentrează în jurul fatalismului teologic. Voi menționa doar câteva dintre ele: J.M. Fischer, "Ockhamism", în *The Philosophical Review*, 92 (1985), pp. 81-100; J. Hoffman, G. Rosenkrantz, „Hard and Soft Facts", în *The Philosophical Review*, 93 (1984), pp. 419-434; A.J. Freddoso, „Accidental Necessity and Logical Determinism", în *The Journal of Philosophy*, 80 (1983), pp. 257-278.

[18] Într-o logică temporală construită pe baza lui RL4, această propoziție este adevărată, conform (3.8), pentru fiecare moment *t*. Să notăm oricum că în logica temporală construită pe baza lui TL5 ori lui RL6, avem că la un moment *t* o propoziție precum "Paul scrie o scrisoare" este echivalentă cu propoziția "La momentul *t* Paul scie o scrisoare". Ridică acest lucru o problemă pentru distincția dintre fapte tari şi fapte slabe? Cred că nu, căci ideea principală din spatele acestei distincții este aceea că un fapt tare este un fapt în care nu se face nici o referire la entități precum momentele de timp. Un fapt slab este un fapt în care este implicată o astfel de referire. Chestiunea logicii modului în care o astfel de referire este făcută este diferită.

[19] Exercițiu: care este condiția sintactică care corespunde acestei constrângeri pe funcția **ú**?

[20] Pentru a demonstra că cele două formulări sunt echivalente, putem folosi din nou metoda substituției. Aceasta conduce la:

(œ*P*)(œ*τ*)(œ*t*)((œ*τ*/)(*τ*<*τ*/6 *P*(*τ*/)) 6 *P*(**ú**(*t*,*τ*)))

ca traducere de ordinul doi a lui (4.14.2), iar substituția potrivită este *τ*<* pentru *P*(*).